Р Е Ц Е Н З И Я

от проф. д-р Азнив Киркор Каспарян

Факултет по математика и информатика

Софийски университет "Св. Климент Охридски"

на дисертацията **"Върху някои диофантови уравнения и неравенства"**

на *Живко Христов Петров*

Със Заповед РД 38-255/30.05.2019 на Ректора на Софийски университет "Св. Климент Охридски" съм назначена за член на журито за защита на дисертацията "Върху някои диофантови уравнения и неравенства" на Живко Христов Петров за придобиване на образователната и научна степен "Доктор" в професионално направление 4.5 Математика. Дисертацията е в областта на аналитичната теория на числата, която изследва разпределението на простите числа с аналитични методи. Това е класическа област за изследване, която води началото си от средата на XIX век и винаги е била актуална част от математиката, както със своите резултати, така и с развитите от нея техники за асимптотично описание на функции. Задачите, решени от рецензираната дисертация могат да се разглеждат като обобщения на хипотезите на Goldbach, Waring и хипотезата за простите числа близнаци. С изключителна изобретателност, доказателствата се разбиват на няколко стъпки, а известните до момента техники се развиват по подходящ начин, за да се реализират нетривиални оригинални научно-изследователски идеи. Напомнянето на историческите сведения е коректно, занимателно и свързано прецизно с решените от дисертацията научно-изследователски проблеми.

Дисертацията се състои от пет глави. Първата е въведение. Втората глава съдържа някои предварителни сведения и техни модификации, които се използват по-нататък. Всяка от следващите три глави отразява съдържанието на една статия. Литературата се състои от 88 заглавия. Около 80% от тях са статии. Двадесет и три процента от статиите са публикувани в периода 1900 - 1950 година, $38,5\%$ - през втората половина на XX век и $38,5\%$ от 2000 до 2018 година. Това показва, че Живко Петров е изучил задълбочено, както класическите, така и съвременните постижения на изтъкнати специалисти в областта. Той е овладял много техники от аналитичната теорея на числата и е развил някои от тях, за да получи забележително оригинални резултати.

Третата глава изследва разрешимостта на уравнение с една проста и една почти проста променлива. Навсякъде, нека $[X]$ е цялата част на $X \in \mathbb{R}$, т.е. максималното цяло $z \in \mathbb{Z}$, ненадминаващо X. През 2009 г. Кумчев доказва, че за произволно реално число $1 < c < \frac{16}{15}$ и произволно достатъчно голямо естествено число N, уравнението $[p^c] + [m^c] = N$ има решение за просто цяло число p и естествено число m. Понеже c е близко до 1, този резултат може да се разглежда като обобщение на Бинарната хипотеза на Goldbach, съгласно която всяко четно цяло число $N > 2$

може да се представи като сума на две прости цели числа. Естествено число m се нарича почти просто от ред $r \in \mathbb{N}$, ако m има най-много r прости делители, броени с техните кратности. Бинарната хипотеза на Goldbach не е доказана и най-добрият известен резултат в тази насока е получен от Chen през 1973 г., който установява, че всяко достатъчно голямо четно естествено число може да се представи като сума на просто цяло число p и почти просто естествено m от ред 2. Обобщвайки резултати на Кумчев и Chen, третата глава доказва, че за произволно реално число $1 < c < \frac{29}{28}$ и произволно достатъчно голямо естествено число N уравнението $[p^c] + [m^c] = N$ има решение за просто цяло число p и почти просто естествено число m от ред $\left[\frac{52}{29-28c}\right] + 1$. За да скицираме идеята на доказателството, нека $\gamma := c^{-1}$, $P := 10^{-9}N^{\gamma}$ и $\alpha > 0$ е реална константа, която ще се фиксира по-късно. Образувана е сума Γ, чиято положителност е достатъчна за съществуване на просто цяло число $p \in (P, 2P]$ и почти просто естествено $m \in \mathbb{N}$ от ред $\left[\frac{\gamma}{\alpha}\right]$ с $[p^c] + [m^c] = N$. С помощта на долните функции на Rosser $\lambda^{-}(d)$ за характеристичната функция на простите цели числа и Теоремата на Чебишев за асимптотиката на сумата $\theta(X)$ на логаритмите на простите цели числа $p \leq X$, Γ е ограничена отдолу от $\Gamma_0 + \Sigma_0 - \Sigma_1$ за подходящи Γ_0, Σ_0, Σ_1. За получаване на долна граница $\mathrm{Const}\frac{N^{2\gamma-1}}{\log N}$ за Γ_0, намерена чрез формулата на Mertens и свойствата на долните функции $\lambda^{-}(d)$ от решетото на Rosser се избира $\alpha := \frac{29\gamma-28}{52} - \varepsilon_o$ за достатъчно малко реално $\varepsilon_o > 0$. Това дава горна граница $\left[\frac{52}{29-28c}\right] + 1$ върху броя на простите делители на m, броени с техните кратности. Съществената част от доказателството е извеждането на горна граница $\mathrm{Const}\frac{N^{2\gamma-1}}{(\log N)^2}$ върху Σ_0 и Σ_1, от която се получава $\Gamma \geq \mathrm{Const}\frac{N^{2\gamma-1}}{\log N} > 0$ за достатъчно голямо N и се доказва теоремата. Чрез Теорема на Vaaler за асимптотиката на разликата $\rho(t)$ на $\frac{1}{2}$ и дробната част $\{t\}$ на $t \in \mathbb{R}$, задачата се свежда до оценки на експоненциални суми, зависещи от $[p^c]$. Лема на Виноградов за съществуване на периодична функция с ограничени коефициенти на Fourier и Теорема на van der Corput за експоненциални суми позволяват замяната на $[p^c]$ с p^c и оценяването на получената разлика отгоре. С помощта на Теоремата на Чебишев за асимптотиката на $\theta(X)$ и тъждество на Vaughan за сума, чиито тегла са функции на Mangoldt, получените суми се разбиват и оценяват отгоре чрез Теорема на van der Corput, Теоерема на Rolle и други.

Четвъртата глава доказва, че за произволно реално число $1 < c < \frac{17}{16}$ и произволно достатъчно голямо естествено число N, уравнението $[p_1^c] + [p_2^c] + [p_3^c] = N$ има решение в прости числа p_1, p_2, p_3, за които $p_1 + 2, p_2 + 2, p_3 + 2$ са почти прости от ред $\left[\frac{95}{17-16c}\right]$. Този резултат може да се разглежда като обобщение на Тернарната хипотеза на Goldbach, съгласно която всяко нечетно естествено число $N > 5$ може да се представи като сума на три прости числа. Тази хипотеза е доказана от Helfgott през 2014 г. От друга страна, основната теорема на глава четири е аналог на Хипотезата за простите числа близнаци, съгласно която съществуват безбройно много прости числа p, за които $p + 2$ е също просто число. През 2000 г. Пенева установява, че за достатъчно голямо естествено число $N \equiv 3 (\mathrm{mod}\, 6)$ уравнението $p_1 + p_2 + p_3 = N$ има решение в прости числа p_1, p_2, p_3, за които $p_1 + 2$ и $p_2 + 2$ са почти прости от ред 5, а $p_3 + 2$ е почти просто от ред 8. През 2017 г. Matomaki и Shao подобряват резултата на Пенева като доказват, че за достатъчно голямо естествено число $N \equiv 3 (\mathrm{mod}\, 6)$ уравнението $p_1 + p_2 + p_3 = N$ има решение в прости числа p_1, p_2, p_3, за които $p_1 + 2, p_2 + 2, p_3 + 2$ са почти прости от ред 2. От друга страна, през 1995 г. Laporta и Толев установяват, че за произволно реално число $1 < c < \frac{17}{16}$ и произволно достатъчно голямо естествено число N уравнението $[p_1^c] + [p_2^c] + [p_3^c] = N$ има решение в прости числа p_i. За да докаже, че решението може да се избере с почти прости p_1+2, p_2+2, p_3+2 от ред $\left[\frac{95}{17-16c}\right]$, Живко Петров разглежда сума Γ, от чиято положителност следва съществуването на решение на $[p_1^c] + [p_2^c] + [p_3^c] = N$ в прости числа $p_1, p_2, p_3 \in (\mu X, X]$ за $X := N^{\frac{1}{c}}$ и някое $0 < \mu < 1$, така че $p_1 + 2, p_2 + 2, p_3 + 2$ са почти прости от ред $\left[\frac{94{,}4}{17-16c}\right]$. След изразяване на Γ като експоненциална сума се прилага основното неравенство на векторното решето към функциите на Rosser за $\omega(d) = \frac{d}{\varphi(d)}$ и се получава неравенството $\Gamma \geq 3\Gamma_1 - 2\Gamma_4$ за две други суми Γ_1, Γ_4 от интеграли на експоненциални функции. (Тук $\varphi(d)$ е функцията на Euler, равна на броя на взаимно простите с d остатъци по модул d.) Гореспоменатите интеграли се разбиват в две събираеми - Γ_1', Γ_4' в околност на 0 и Γ_1'', Γ_4'' извън тази околност в интервала $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. В околността на нулата, интегралите Γ_1' и Γ_4' се оценяват отдолу с $\mathrm{Const}\frac{X^{3-c}}{(\log X)^3}$. Извън околността на 0, интегралите Γ_1'' и Γ_4'' са ограничени отгоре от $\mathrm{Const}X^{3-c-\varepsilon}$ за достатъчно малко реално $\varepsilon > 0$. Както Γ_i', така и Γ_i'' се изследват по подобие на разглежданията от статия на Толев от 2017 г. Получената оценка $\Gamma \geq \mathrm{Const}\frac{X^{3-c}}{(\log X)^3} > 0$ за достатъчно голямо естествено число N доказва съществуването на прости числа p_1, p_2, p_3 с почти прости $p_1 + 2, p_2 + 2, p_3 + 2$ от ред $\left[\frac{95}{17-16c}\right]$, изпълняващи равенството $[p_1^c] + [p_2^c] + [p_3^c] = N$.

Последната, пета глава изучава диофантови неравенства за прости числа на Пятетский-Шапиро. Те могат да се разглеждат като обобщения на проблема на Waring-Goldbach, оценяващ минималното естествено число $n(k) \in \mathbb{N}$, за което уравнението $p_1^k + \ldots + p_{n(k)}^k = N$ има решение в прости числа p_i за произволно голямо естествено число $N \equiv n(k) (\mathrm{mod}\, K(k))$. Тук $K(k)$ е функция на примарните делители p^s на k, за които $p - 1$ дели k. Най-добрата известна горна граница за $n(k)$ е $n(k) \leq (4k-2)\log k - (2\log 2 - 1)k - 3$. Тя е намерена от Кумчев и Wooley през 2017 г. Относно минималното $n(c) \in \mathbb{N}$, за което диофантовото неравенство $\left|p_1^c + \ldots + p_{n(c)}^c - N\right| < \varepsilon$ с фиксирани реални $c > 1$, $c \notin \mathbb{N}$, $\varepsilon > 0$ е разрешимо в прости числа p_i за достатъчно голямо естествено число $N \in \mathbb{N}$, през 1952 г. Пятетский-Шапиро получава асимптотична горна граница $4c\log c$ за $n(c)$ за достатъчно големи реални c. Толев изучава разрешимостта на $|p_1^c + p_2^c + p_3^c - N| < \varepsilon(N)$ в прости числа p_1, p_2, p_3 за фиксирано реално число $1 < c < \frac{15}{14}$, явна функция $\varepsilon(N)$ на N и достатъчно голямо естествено число $N \in \mathbb{N}$. През 1992 г. той извежда съществуването на решение за $\varepsilon(N) = N^{1-\frac{15}{14c}}(\log N)^9$, а през 2017 г. доказва съществуването на прости числа p_1, p_2, p_3 с почти прости $p_1 + 2, p_2 + 2, p_3 + 2$ от ред $\left[\frac{369}{180-168c}\right]$, изпълняващи неравенството $|p_1^c + p_2^c + p_3^c - N| < (\log N)^{-E}$ за достатъчно голяма фиксирана константа $E > 0$. Нека $\mathcal{P} = \{p_n\}_{n=1}^{\infty}$ е редицата на простите цели числа. Много задачи от адитивната теория на числата са решени за редки множества $S \subset \mathcal{P}$ от прости числа. По определение, S е рядко множество от прости числа, ако частното на броя на простите числа $p \le X$ от S към броя на всички прости числа $p \le X$ клони към 0 за достатъчно големи реални X. През 1953 г. Пятетский-Шапиро доказва, че за $\frac{11}{12} < \gamma < 1$ множеството $\mathcal{N}_\gamma := \left\{ \left[m^{\frac{1}{\gamma}} \right] \,\middle|\, m \in \mathbb{N} \right\}$ има рядко сечение $\mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ с множеството $\mathcal{P}$ на всички прости числа. Още повече, той намира асимптотична формула $\frac{N^\gamma}{\log N}\left[1 + O\left(\frac{1}{\log N}\right)\right]$ за броя на простите числа $p \le N$ от $\mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$. През 1992 г. Balog и Friedlander установават съществуването на прости числа $p_1, p_2, p_3 \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ със сума $p_1 + p_2 + p_3 = N$ за достатъчно голямо $N \in \mathbb{N}$ при $\frac{20}{21} < \gamma < 1$. През 1986 г. Wirsing доказва съществуването на рядко подмножество $S \subset \mathcal{P}$ с горна граница $\mathrm{Const}(X \log X)^{\frac{1}{3}}$ върху броя на елементите на S, ненадминаващи достатъчно голямо X, така че $N = p_1 + p_2 + p_3$ е разрешимо в прости числа $p_1, p_2, p_3 \in S$ за достатъчно голямо $N \in \mathbb{N}$. Доказателството се основава на вероятностни методи и множеството S не може да се опише конструктивно. Петата глава на дисертацията изучава диофантовите неравенства $|p_1^c + \ldots + p_s^c - N| < (\log N)^{-1}$ за прости числа $p_i \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ на Пятетский-Шапиро и за достатъчно големи естествени числа $N \in \mathbb{N}$. За да се приложи методът на Hardy-Littlewood за намаляване на броя на неизвестните се полага $s = 2t + 2u + 1$. Въвежда се редицата $X_0 := \frac{N^{\frac{1}{c}}}{3u}$, $X_1 := N^{\frac{1}{c}}$, $X_j := \frac{1}{2} X_{j-1}^{1-\frac{1}{c}}$ за $2 \le j \le t$ от реални числа и се разглеждат прости числа $p_1, \ldots, p_{2u+1} \in \mathcal{N}_\gamma \cap \left(\frac{X_0}{2}, X_0\right]$, $p_{2u+2j}, p_{2u+2j+1} \in \mathcal{N}_\gamma \cap \left(\frac{X_j}{2}, X_j\right]$. Прилага се кръговият метод във формата на Davenport-Heilbronn чрез избор на гладко ядро $K(x)$ с носител в интервала $[-1, 1]$ и сума $R(N)$ над простите решения p_i на $\log N \, |p_1^c + \ldots + p_s^c - N| < 1$ с гореспоменатите ограничения. Сумата $R(N)$, зависеща от $K(\log N(p_1^c + \ldots + p_s^c - N))$ е построена по такъв начин, че от $R(N) > 0$ следва разрешимостта на $|p_1^c + \ldots + p_s^c - N| < (\log N)^{-1}$ в прости числа на Пятетский-Шапиро p_i. Чрез формулата на Fourier за обръщане, сумата $R(N)$ се изразява като интеграл на произведение на суми $S(\theta, X_j)$, $0 \le j \le t$ на $\log p \exp(2\pi i \theta p^c)$ за $p \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P} \cap \left(\frac{X}{2}, X\right]$ върху $\theta \in \mathbb{R}$. За фиксирано достатъчно малко реално число $\delta = \delta(c, \gamma) > 0$, множеството на интегриране $\mathbb{R}$ се разбива в голяма дъга $\mathfrak{M} = (-X^{\gamma-c-\delta}, X^{\gamma-c-\delta})$, две малки дъги $\mathfrak{m} = (-X^\delta, -X^{\gamma-c-\delta}) \cup (X^{\gamma-c-\delta}, X^\delta)$ и две безкрайни дъги $\mathfrak{m}_\infty = (-\infty, -X^\delta) \cup (X^\delta, +\infty)$. Съществуването на решение $p_1, \ldots, p_s \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ на $|p_1^c + \ldots + p_s^c - N| < (\log N)^{-1}$ следва от $R(N) \ge \mathrm{Const}\Xi$ за $\Xi := N^{-1}(\log N)^{-1}\left(X_1^2 \ldots X_t^2 N^{\frac{2u+1}{c}}\right)^\gamma > 0$. Интегралите върху $\mathfrak{m}_\infty$ и $\mathfrak{m}$ са ограничени отгоре с $\mathrm{Const}\Xi N^{-\frac{1}{c}}$, съответно, $\mathrm{Const}\Xi N^{-\frac{\delta}{c}}$. Долната граница $\mathrm{Const}\Xi$ за интеграла върху $\mathfrak{M}$ е намерена чрез замяна на разглежданите експоненциални суми с подходящи интеграли. По този начин се получава основният резултат на петата глава, съгласно който за $c \in (5, +\infty) \setminus \mathbb{N}$, $1 - (8c^2 + 12c + 12)^{-1} < \gamma < 1$, $s \ge 4c \log c + \frac{4}{3}c + 10$, $s \in \mathbb{N}$ и достатъчно голямо естествено число $N \in \mathbb{N}$ неравенството $|p_1^c + \ldots + p_s^c - N| < (\log N)^{-1}$ има решение $p_1, \ldots, p_s \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$. Гореспоменатата сума $R(N)$ над $p_1, \ldots, p_s \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P} \cap \left(\frac{X}{2}, X\right]$ се използва за установяване на разрешимостта на диофантовите неравенства $|p_1^c + \ldots + p_s^c - N| < (\log N)^{-1}$ за $s = 3$ или $s = 4$ в прости числа p_i на Пятетский-Шапиро. Интегралите върху $\mathfrak{m}_\infty$ и $\mathfrak{m}$ са ограничени отгоре от $\mathrm{Const}(\log N)^{-1}\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{s\gamma-c-1}{c}}$, съответно, $\mathrm{Const}(\log N)^{-1}\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{s\gamma-c-\delta}{c}}$, докато интегралът върху $\mathfrak{M}$ е ограничен отдолу от $\mathrm{Const}(\log N)^{-1}\left(\frac{N}{2}\right)^{\frac{s\gamma-c}{c}}$. По този начин се доказва, че за $\gamma < 1 < c$, $15(c-1)+28(1-\gamma) < 1$ и достатъчно голямо естествено число $N \in \mathbb{N}$ съществуват $p_1, p_2, p_3 \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ с $|p_1^c + p_2^c + p_3^c - N| < (\log N)^{-1}$. Аналогично, ако $\gamma < 1 < c$ и $8(c-1)+21(1-\gamma) < 1$, то $|p_1^c + p_2^c + p_3^c + p_4^c - N| < (\log N)^{-1}$ има решение $p_1, p_2, p_3, p_4 \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ за достатъчно голямо естествено число $N \in \mathbb{N}$. Неравенството $|p_1^c + p_2^c - N| < (\log N)^{-1}$ не винаги има решение в прости числа $p_1, p_2 \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$ на Пятетский-Шапиро за $\gamma < 1 < c$ достатъчно близко до 1 и достатъчно голямо естествено число $N \in \mathbb{N}$. Това мотивира изучаването на Лебеговата мярка $|\mathcal{E}(Z)|$ на множеството $\mathcal{E}(Z)$ на онези естествени числа $N \in \left(\frac{Z}{2}, Z\right] \cap \mathbb{N}$, за които $|p_1^c + p_2^c - N| \geq (\log N)^{-1}$ за всички $p_1, p_2 \in \mathcal{N}_\gamma \cap \mathcal{P}$. След влагане на $\mathcal{E}(Z)$ в множество $\mathcal{E}_o(Z)$, над което интегралът по голямата дъга $\mathfrak{M}$ не е ограничен отгоре от $\mathrm{Const}(\log Z)^{-1}\left(\frac{2Z}{3}\right)^{\frac{2\gamma-c}{c}}$, Лебеговата мярка на $\mathcal{E}_o(Z)$ е ограничена отгоре от $\mathrm{Const} Z \exp\left(-\left(\frac{\log\left(\frac{2Z}{3}\right)}{c}\right)^{\frac{1}{4}}\right)$.

Дисертацията отразява резултатите на три статии в изключително престижни математически списания - Monatshefte für Mathematik (с Impact Factor 0.735 за 2017, която е най-близка до годината на публикуване 2018), Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics (с Impact Factor 0,623 за 2017) и Годишник на Софийски университет "Св. Климент Охридски". Първите две статии са съвместни с Ангел Кумчев, съответно, с Дойчин Толев, докато третата е самостоятелна. Доколкото знам, приносите на съавторите в съвместните статии са равностойни. Статията от Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics е издадена през 2017 г. и е цитирана през същата година в Acta Arithmetica. Това е доказателство за изключително високо ниво на научните приноси на дисертацията.

Живко Петров е зачислен през 2016 г. като докторант към катедра Математически анализ на Факултета по математика и информатика на Софийски университет "Св. Климент Охридски" и трябва да защити според Закона за развитие на академичния състав на Република България и Правилника за неговото прилагане от 2016 г. Въпреки това, бих искала да отбележа, че научните му приноси изпълняват повече от четири пъти изискваните 30 точки за защита на дисертация за присъждане на образователната и научна степен "Доктор", съгласно Постановление № 26 на Министерски съвет от 13.02.2019 г. за изменение и допълнение на Правилника за прилагане на Закона за развитието на академичния състав в Република България. Съгласно Web of Science списанието Monatshefte für Mathematik е във втори квартил Q2 през 2017 година, която е най-близка до годината на публикуване 2018 и носи 60 точки. Публикация в Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics от 2017 г. се оценява с 45 точки, защото списанието е в квартил Q3 през посочената година. Самостоятелната публикация на Живко Христов Петров от Годишника на Софийски университет "Св. Климент Охридски" ще бъде реферирана в Mathematical Reviews под номер MR3901574 и това носи още 18 точки. Събраните по този начин общо 123 точки надвишават значително необходимите 30 точки за защита на дисертация за придобиване на образователната и научна степен "Доктор".

Резултатите на дисертацията са докладвани на конференцията Journees Arithmetiques във Франция през 2017 г., повече от пет пъти във Факултета по математика и информатика на Софийски университет "Св. Климент Охридски", както и пред секция ”Алгебра и логика” на Института по математика и информатика към Българска академия на науките.

Авторефератът на дисертацията е добре организиран и отразява правдиво научните приноси на Живко Христов Петров. Той формулира решаваните задачи, напомня тяхната история и скицира идеите за доказателство. Ясно са описани публикациите, докладите и цитирането върху съответните резултати на дисертацията.

Горепосоченото свидетелства за задълбочени теоретични познания и широко развити способности на Живко Петров за осъществяване на самостоятелни научни изследвания в областта на аналитичната теория на числата. Дисертантът се отличава с високо ниво в научно-изслдовтелската и преподавателската си работа. Неговата прецизност и работливост са му спечелили заслужено уважението на всички колеги. Доказателство за високата репутация на Живко Петров е избирането му за член на Комисията по изборите на Факултета по математика и информатика на Софийски университет ”Св. Климент Охридски”.

Рецензираната дисертация решава значими математически проблеми и е оригинален принос към математиката. Чрез докторантурата си Живко Петров е придобил задълбочени познания и е развил професионални умения за самостоятелна научно-изследователска работа. Дисертацията удовлетворява изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България (ЗРАСРБ), Правилника за неговото прилагане, както и Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности на Софийски университет ”Св. Климент Охридски” и на Факултета по математика и информатика към Софийски университет ”Св. Климент Охридски”. Гореизложените факти ми дават основание да препоръчам убедено присъждането на образователната и научна степен ”Доктор” на Живко Христов Петров.

24 юни 2019 г.

проф. д-р Азнив Киркор Каспарян
Катедра Алгебра
Факултет по математика и информатика
Софийски университет ”Св. Климент Охридски”