

СТАНОВИЩЕ

Върху дисертацията на Ана Иванова Станева

“Статистически методи за оценяване и анализ на многотипови разклоняващи се процеси”

представена за придобиване на научната степен

“Доктор”

Дисертацията на Ана Иванова Станева е посветена на теорията и приложенията на разклоняващите се стохастични процеси. Тази проблематика е актуална и върху нея се работи интензивно през последните години. Приложенията на тази теория са многобройни и включват области като демографията, изследването на разпространението на инфекциозните заболявания, биологията, генетиката и медицината, а в последно време и редица високотехнологични области като облачните технологии, стохастичните мрежи и др. Разгледаните в дисертацията методи и задачи са в преобладаващата си част нови, и подходът към тях изисква задълбочено познаване на най-новите достижения в различни области на теорията на вероятностите и математическата статистика, като теорията на дискретните разпределения от тип на степенен ред, теория на робастните параметрични оценки, както и приложенията на EM алгоритъма и на методите Монте Карло. Дадени са многобройни примери, илюстриращи получените теоретични резултати, като много от тях представляват самостоятелен интерес.

Разгледаните в представения дисертационен труд въпроси условно могат да бъдат разделени на четири групи, отразяващи съдържанието на отделните глави. Обединяващият елемент и на четирите глави е изследването на индивидуалната еволюция на различните типове частици на многотиповия разклоняващ се процес, възстановяването на техните фамилни дървета по частични наблюдения на развитието на процеса, които съдържат непълна информация за индивидуалното

потомство на частиците. Доколкото ми е известно, тази проблематика е изключително актуална и в настоящия момент има само отделни работи, посветени на нея. За разлика от цитираната в дисертацията работа на Gonzales et al., в която е разгледан непараметричния случай на горната задача, авторът поставя ударението главно на параметрични методи за анализ.

В първа глава е развит Бейсов подход за оценка на параметрите на разпределението на индивидуалното потомство на частиците, при условие, че това разпределение е от тип степенен ред. Разпределенията от тип степенен ред са широк клас дискретни многомерни разпределения, които включват полиномното, обратното полиномно, Поасоновото и логаритмично разпределения. Бейсовият подход, развит от автора, се базира на понятието спрегнато априорно разпределение, и на общ резултат, който описва структурата на спрегнатите априорни разпределения в случай на експоненциално семейство. Намерени са спрегнатите априорни, както и апостериорните разпределения на споменатите по-горе четири многомерни дискретни разпределения. Установено е, че в случай на полиномно и обратно полиномно разпределение на потомството, въпросните разпределения са произведения, съответно, на разпределение на Дирихле и обратно разпределение на Дирихле, а при двутипов разклоняващ се процес с двумерно Поасоново разпределение на потомството, спрегнатото априорно и апостериорните разпределения на параметрите са произведение на Гама разпределения. Разбира се, апостериорните разпределения освен от параметрите на априорните разпределения, зависят и от наблюденията над фамилните дървета.

Във втора глава са засегнати две теми. Първата тема е посветена на възстановяването на фамилните дървета на многотипов разклоняващ се процес по наблюдения само над общия брой индивиди на различните потомства, а втората тема се отнася до робастното оценяване на параметрите на индивидуалното възпроизводство на процеса. По първата тема, за разлика от непараметричния подход, използван от Gonzales et al., е направен параметричен Бейсов анализ, като съществено са използвани резултатите от първа глава. В доказаната Основна Теорема (Теорема 2.4) е намерено условното разпределение на потомството до момент n , при условие че са известни общия брой индивиди на последните две поколения, и разпределението на потомството е от тип на многомерен степенен ред. Тази теорема е приложена към двутипов разклоняващ се процес с двумерно

Поасоново индивидуално разпределение и е получена явна формула за условното разпределение на потомството. Последният резултат е използван за симулиране на броя на децата от всеки тип и във всяко поколение, като е използван подходящ алгоритъм.

В основния резултат на тази глава, отнасящ се до робастното оценяване на параметрите на индивидуалното възпроизводство на процеса, е получена оценка отдолу на праговата точка на претеглена робастна максимално правдоподобна оценка от ред k . Този резултат използва съществено развитата от Вьндев и Нейков обща теория на робастното оценяване, основано на понятието за d -пълнота, както и тяхната известна теорема, в която подобна оценка е намерена във възможно най-обща ситуация. По повод на изложението имам следните забележки:

- 1) Фактът, че сумата на субкомпактна функция и константа, както и произведението на субкомпактна функция и положителна константа са субкомпактни функции следва непосредствено от дефиницията и не се нуждае от доказателство. От текста читателят остава с впечатлението, че това са самостоятелни резултати, получени 3 години след въвеждането на понятието субкомпактност;
- 2) Доказателството на твърдението, че всяка непрекъсната функция, дефинирана върху компакт е субкомпактна заема почти страница. Всъщност това е почти очевидно, като при това е в сила за произволни полунепрекъснати отдолу функции. Доказателство: по Теоремата на Бер Лебеговите множества на полунепрекъснатите отдолу функции са затворени. Тъй като функцията е дефинирана върху компакт, те са и ограничени. Затворените ограничени множества в крайномерните пространства, на които обикновено принадлежат оценяваните параметри, са компактни, т.е. функцията е субкомпактна;
- 3) Аналогично може да се докаже и твърдението, че непрекъсната функция, мажорираща субкомпактна функция е субкомпактна, като отново изискването за непрекъснатост може да бъде заменено с полунепрекъснатост отдолу. Всъщност, от това, че полунепрекъснатата отдолу функция мажорира субкомпактната функция следва, че всяко нейно

Лебегово множество се съдържа в съответното Лебегово множество на субкомпактната функция. Следователно, това множество, от една страна е затворено, по Теоремата на Бер, а от друга страна е ограничено, защото се съдържа в компактно множество.

Последните две глави на дисертацията имат приложен характер. В тях се прави практическа реализация на резултатите, получени във втора глава. В трета глава се използва EM алгоритъм за оценка на неизвестните параметри на разпределението на индивидуалното потомство на частиците. Алгоритъмът е приложен към параметрите на триномиално и отрицателно триномиално разпределение на потомството. Наред с класическия EM алгоритъм е разгледана и негова ускорена модификация, при която на всяка стъпка, след получаване на поредната апроксимация на параметрите на разпределението се генерират нови данни, като се използва последната получена апроксимация. В четвърта глава е изследвана сходимостта на разгледаните алгоритми, като е използвана диагностика за сходимост на MCMC алгоритми.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

След запознаване със съдържащите се в дисертационния труд резултати, анализирайки тяхната значимост и съдържащи се в тях научни, научно-приложни и приложни приноси, намирам за основателно да дам своята **положителна** оценка и да препоръчам на Научното жури да присъди на Ана Иванова Станева научното звание „доктор“ по професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Теория на вероятностите и математическа статистика“.

23.04.2018 г.

Рецензент:

доц. д-р Дончо Дончев