

Рецензия  
от  
доц. дн Нейко Матеев Нейков  
Национален институт по метеорология и хидрология, БАН  
Цариградско шосе 66, гр. София  
на

дисертационния труд на Ана Иванова Станева на тема „Статистически методи за оценяване и анализ на многотипови разклоняващи се процеси“, представен за присъждане на образователна и научна степен “доктор”, Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, в професионално направление 4.5 Математика, научна специалност “Теория на вероятностите и математическа статистика“.

**Основание.** Съгласно заповед № РД 38-164/06.03.2018г. на Ректора на СУ “Св. Кл. Охридски” съм утвърден за член на научното жури по защитата на дисертационен труд. На първото заседание на членовете на научното жури бях избран за рецензент. Рецензията е изготвена според изискванията на: (1) Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ); (2) Правилника за прилагане на ЗРАСРБ; (3) Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на научни длъжности в СУ “Св. Климент Охридски”; (4) Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности във Факултета по математика и информатика при СУ “Св. Климент Охридски”.

**Биографична справка.** Ана Иванова Станева е завършила Факултет по математика и механика, СУ „Св. Климент Охридски“ през 1986г. От 01.03.2016г. работи като асистент по висша математика в МГУ „Св. Иван Рилски“, гр. София. През различни периоди от трудовата си дейност е работила като: (а) асистент по висша математика в ТУ гр. София, ВСУ „Любен Каравелов“ и Лесотехнически Университет; (б) учител по информатика в СМГ „Паисий Хилендарски“; (с) проектант програмист в Министерство на транспорта. Дисертационният труд разработва като задочен докторант през периода 02.2013г.-02.2017г в катедра “Вероятности, операционни изследвания и статистика”, ФМИ, СУ “Св. Климент Охридски”, под научното ръководство на доц. д-р Весела Стоименова.

**Материали по защитата.** Във връзка със защитата са ми предоставени: дисертационен труд, автореферат, списък с публикации по дисертацията, авторска справка, копия от публикациите по дисертацията и автобиография. Дисертационният труд се състои от Увод и 5 глави, приложения А, Б, В и Г в обем на 188 страници, включващ списък на основните научни приноси, списък от 114 заглавия на научната литература, като 2 от тях са публикации на докторантката и декларация за оригиналност. Авторефератът съдържа 39 страници и включва списък на основните научни приноси, списък от 114 заглавия на научната литература, декларация за оригиналност. Към материалите на електронен носител е предоставено и приложение Д, включващо програмен код на R, обезпечаващ проведените пресмятания. Дисертационният труд е посветен на разпределенията на многотипови разклоняващи се процеси с индивидуално разпределение от фамилията многомерен степенен ред и оценяването на неизвестните параметри на тези разпределения по методите на Бейс и робастното орязано правдоподобие.

**Общо за проблемите в дисертацията.** Дисертационният труд на Ана Станева е в областта на статистическото оценяване на многотипови разклоняващи се процеси с индивидуално разпределение от фамилията многомерен степенен ред при пълна и непълна информация за фамилиалното дърво и наложени условия върху поколенията на популацията. Непълната информация в данните не позволява аналитично представяне на

съвместната функция на разпределение. За преодоляването на този проблем се използва допълнителна случайна величина, която е в латентна форма, чрез чиито ненаблюдавани стойности да бъде формирана извадката на „пълните данни“. Дефинираната чрез „пълните данни“ функция на правдоподобие (ФП) е случайна величина, очакването на която е миноранта на истинската ФП. С техниката на ЕМ алгоритъма на Dempster et al. (1977), максимизирането на очакването на ФП на „пълните данни“ води до намирането на максимално правдоподобни оценки на неизвестните параметри за модела. Използването на термина „алгоритъм“ е некоректно и противоречи на общо приетия смисъл на понятието алгоритъм в математиката. Всъщност, „ЕМ алгоритъма“ представлява методология за конструиране на очакване на „пълните данни“ в статистическите задачи за определяне на оценки на неизвестни параметри на ФП, които не притежават аналитичен израз или са твърде сложни за максимизиране. В дисертацията са използвани модифицирани ЕМ алгоритми за оценяване на неизвестните параметри на разпределенията, поради бавната сходимост на класическия ЕМ алгоритъм, както и Монте Карло (МС) методи за приближено пресмятане на интеграли с голяма размерност. Поради ограничения обем на данните на разклоняващите процеси, обект на изследване в дисертацията, е дадено предпочитание на Бейсовия метод за оценяване, докато за преодоляване на проблема с наличието на несъгласувани наблюдения в данните е използвана робастната алтернатива на максималното правдоподобие, основана на максимизиране на оръзаната функция на правдоподобие. Изборът на Бейсов метод за оценяване води до привличането на подходящи априорни разпределения на неизвестните параметрите, което опростява необходимите пресмятания в някои случаи. Получените основни теоретични резултати са илюстрирани с най-често срещаните дискретни двумерни разпределения, които са частни случаи на разпределенията от фамилията многомерен степен ред.

**Съдържание на дисертацията.** Параграфи 1.1 и 1.2 на Глава 1 представляват въведение в многотиповите разклоняващи се процеси и фамилията от разпределения многостепенен ред. Дадени са основни дефиниции и свойства, което улеснява четенето на дисертационния труд. Параграф 1.3 е посветен на Бейсов анализ на многотиповите разклоняващи се процеси. Характеризирани са апостериорните разпределения за фамилията от степенен ред с Терми 1.3, при даден вид на априорното разпределение на параметрите на индивидуалното разпределение за  $d$ -типов разклоняващ се процес. Изборът на априорното разпределение да бъде от спрегнатата фамилия на дадено разпределение е от съществено значение в Бейсовото оценяване, за да бъде апостериорното разпределение от фамилията на априорното разпределение. Теорема 1.4-1.7 характеризират апостериорните разпределения за  $d$ -типов разклоняващ се процес за някои конкретни разпределения от фамилията от степенен ред като полиномното, отрицателното полиномно, многомерното логаротмични и двумерното Поасоново разпределения на потомството, при спрегнати априорно разпределение, дефинирани във формулировката на тези теореми.

Параграф 2.1 на Глава 2 представлява въведение в статистическото оценяване на многотипови разклоняващи се процеси. Дискутирани са различни схеми (1ва, 2ра и 3та) за наблюдения над процеса, параметрично и непараметрично оценяване на неговите характеристики. Чрез следствие 2.1 е характеризирано условното разпределение за цялото дърво в схемата  $\tilde{J}_N$ , което се представя като произведение от условните разпределения по поколения в схемата  $J_N$ , а това позволява провеждане на изследванията само за едно поколение. Доказана е Теорема 2.2, характеризираща връзката на функциите на правдоподобие на двутипов разклоняващ се процес с индивидуално разпределение двумерен степенен ред между схемите  $\tilde{\tilde{J}}_N$  и  $\tilde{J}_N$  и факторизиране на функцията на

правдоподобие на схемата  $\tilde{J}_N$  на двойка правдоподобия от двойката неизвестни параметри на разпределението. Теорема 2.3 се отнася до условното разпределение на случайните величини, формиращи извадъчната схема  $\tilde{J}_N$  за двутипови разклоняващи се процес с разпределение на потомството от фамилията на двумерен степенен ред. Основен резултат с този параграф е Теорема 2.4, която е обобщение на Теорема 2.3 за многотипови разклоняващи се процеси с разпределение на потомството от фамилията на многомерен степенен ред с краен носител. Теорема 2.5 и 2.6 са явяват следствия на Теорема 2.4 за двумерно Поасоново индивидуално разпределение и двутипов разклоняващ се процес с двумерно Поасоново разпределение. Особен интерес е представлява следствие 2.2, характеризиращо условното разпределение на извадъчната схема  $\tilde{J}_N$  условна по схемата  $J_N$  като произведение от полиномни разпределения, когато във формулировката на Теорема 2.6 се използва двумерното Поасоново индивидуално разпределение. Значимостта на това следствие е, че предоставя алгоритъм за симулиране на потомци от всеки тип във всяко поколение.

Параграф 2.3 на Глава 2 представлява въведение в робастното оценяване, основано на оръжаната функция на правдоподобие. Основен резултат в този параграф е Теорема 2.9, характеризираща една долна граница на праговата точка на оценката на параметъра на индивидуалното разпределение, която е от тип двумерен степенен ред на двутипов разклоняващ се процес. Доказателството използва Теорема 2.8 формулирана и доказана в работата на Vandev and Neykov (1998). Ще отбележа, че в работата на Müller and Neykov (2003) е намерена по-добра долна граница на праговата точка на WLTE(k) оценките от съответната теорема на Vandev and Neykov (1998), в която не се използва ограничението обема на данните да бъде три пъти по-голям индекса на d-пълнота. Използването на този резултат би опростил формулировката на Теорема 2.9.

Глава 3 е посветена на определянето на оценки на многотиповите разклоняващи се процеси с индивидуално разпределение от фамилията многомерен степенен ред чрез методологията на ЕМ алгоритъма. За целта е намерен аналитичен израз за условното очакване, необходимо в Е стъпката на ЕМ алгоритъма, в обща форма зададена чрез (3.16), което може да бъде максимизирано за конкретни индивидуални разпределения от фамилията двутипов степенен ред. Този резултат е използван за максимизиране на условните очаквания на пълните данни за триномиялното, отрицателното триномиялно и Поасоновото индивидуални разпределения. Резултатите от този параграф се основават съществено на получените условни разпределения и следствия от Глава 2. В параграф 3.3 е симулиран двутипов разклоняващ се процес с триномиялно индивидуално разпределение. За определянето на оценките са използвани стандартен и ускорен ЕМ алгоритми. Потвърждава се очакването за по-висока ефективност на ускорените ЕМ алгоритми. Резултатите са представени таблично и графично.

В Глава 4 се разгледани различни приложения на Монте Карло алгоритми за статистическо оценяване на многотипови процеси. Параграфи 4.1 и 4.4 са посветени на изчислителни аспекти за намиране на оценки на неизвестните параметри с метода на Бейс. В симулационен експеримент на двутипов процес с индивидуално разпределение от двумерен степенен ред, оценките на апостериорното разпределение на неизвестните параметри са получени чрез генерации на случайни извадки на Гибс с помощта на маргиналните апостериорни условни разпределения на вектора от неизвестни параметри. Тази техника е демонстрирана за полиномното, отрицателно биномното и Поасоново индивидуални разпределения. Резултатите са представени на фиг. 4.1., 4.9 и 4.15. В параграф 4.3 е използван Монте Карло ЕМ алгоритъм за статистическо оценяване на двутипови разклоняващи се процеси с разпределение от фамилията двумерен степенен ред. Използването на този алгоритъм е удачно, понеже максимизиране на очакването на

функцията на правдоподобие на пълните данни за този клас задачи се характеризира с твърде комплексен вид. Придобитият опит ще позволи използването този алгоритъм в задачи, когато спрегнатото апостериорното разпределение не принадлежи на класа на априорното разпределение.

В Глава 5 са заявени приносите в дисертацията.

Дисертацията е добре структурирана и отразява точно основните резултати, формулирани като теореми и използваните алгоритми за пресмятания. Получените резултатите и изчислителни умения с Монте Карло методите представляват добра основа за бъдещи изследвания. Определен интерес за бъдеща работа представлява комбинирането на Бейсов оценяване с робастно оценяване, на основата на оръзаното апостериорно разпределение, което се получава от производението на оръзаната функция на правдоподобие и априорното разпределение на неизвестните параметри.

**Автореферат.** Авторефератът е изготвен в съответствие с изискванията на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на научни длъжности на ФМИ, СУ Св. "Кл. Охридски" и отразява вярно съдържанието и приносите на дисертационния труд. В автореферата са формулирани целите на дисертационния труд. Не е постигнато съответствие в номерацията на фигурите в дисертацията и автореферата.

**Публикации по дисертацията.** Резултатите в дисертацията са докладвани на различни научни форуми у нас и в чужбина. Основните резултати са публикувани в 4 научни статии, 1 от които самостоятелно, две от статиите са в научните списания Плиска и *Matematiki Bilten* и две от статиите са в сборници от доклади на конференции. Публикациите отразяват достатъчно пълно съдържанието на дисертацията и са достойни на научната общност. Резултатите в дисертационният труд са с теоретична и приложна стойност.

**Заключение.** На основа на изложеното по-горе считам, че представения дисертационен труд напълно удовлетворява изискванията на ЗРАСРБ, ПЗРАСРБ и Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени на СУ и ФМИ. Това ми дава право убедено да препоръчам на уважаемото Научно Жури да присъди на автора му Ана Иванова Станева образователната и научна степен „доктор” в област на висшето образование: 4. Природни науки, математика и информатика, в професионално направление 4.5 Математика, по специалността „Теория на вероятностите и математическа статистика“.

Дата: 30.04.2018 г.  
гр. София

подпис: