

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ

Институт по Математика и Информатика

Ул. "Акад. Г. Бончев", бл. 8, 1113 София

Проф. д-мн Петър Ст. Кендеров

Тел. (02) 873-26-70, (02) 979-2881, ел. поща: kenderovp@cc.bas.bg

СТ А Н О В И Щ Е

За: Материалите, представени във връзка с придобиване на образователната и научна степен „Доктор“.

Автор на материалите: докторант Мира Изак Бивас.

Тема на дисертационния труд:

„Диференциални включвания с неизпъкнала дясна част“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика.

Професионално направление: 4.5. Математика (Математически анализ)

Научен ръководител: проф. д-р Надежда Рибарска

Представям това СТАНОВИЩЕ като външен член на журито за провеждане на процедурата за придобиване на образователната и научна степен „Доктор“ от Мира Изак Бивас, докторант към Факултета по математика и информатика на Софийски университет „Св. Климент Охридски“.

1. Общо описание на представените материали по конкурса.

Във връзка с тази процедура ми бяха предоставени в хартиен вид и на електронен носител (CD):

1. Автореферат на дисертация, съдържащ 15 страници текст на български език и 4 страници литература с 41 източника. В автореферата е дадена също „Авторска справка“ с основните постижения на докторантката, „Списък на публикациите по дисертацията (4 статии, като две от тях са в списания с импакт фактор), Информация за апробацията на резултатите (със списък на 6 форума, където са представени резултати от дисертацията, като единият от форумите е научен семинар в университета в Мичиган, Ан Арбър, САЩ, а други два са международни конференции в България).

2. Дисертационен труд, написан на английски език, съдържащ 62 страници текст с редица фигури, илюстриращи същината на използваните математическите понятия и факти. Библиографията към дисертацията, както и другата информация (публикации на дисертантката по темата, апробацията на резултатите и авторската справка са както в автореферата).

Освен това в предоставените ми на електронен носител материали се съдържаха CV на Мира Бивас (по европейски образец) и копие от публикуваните статии. Последното се оказа полезно за по релефното очертаване на получените в дисертацията резултати, а и по причини, за които ще говорим по-долу.

Сред предоставените ми материали не намерих информация за „образователната компонента“ на докторантурата, но използваният в дисертацията математически апарат, както по обем, така и по съдържание, не оставя място за съмнение, че образователната част е била много добре застъпена. Докторантката има знания по анализ, диференциални уравнения, алгебрична геометрия, негладък анализ и др. Почти

шест години е водила занятия на студенти по Математически анализ и по Функционален анализ. Това също е част от образователната компонента на докторантурата.

2. Актуалност на тематиката.

Дисертационния труд е в областта на диференциалните включвания (диференциални уравнения с многозначна дясна част), които днес представляват самостоятелна и важна част от математиката. Интересът към тях нараства силно, откакто се видя, че те са удобен инструмент за описание (моделиране) на природни и обществени явления и процеси. Те привличат вниманието на изследователите и поради пряката си връзка с оптималното управление, където те се появяват по един твърде естествен начин. В течение на години фокусът е върху изучаването на включвания с изпъкналостна дясна част. В последните десетилетия, обаче, интересът се насочва и към включвания с неизпъкнала дясна част, като тази тематика продължава да е математическо предизвикателство особено при наличие на фазови ограничения (траекторията на решението да принадлежи на предварително зададено, евентуално подвижно, множество (Viability Problem)). Тъкмо в тази област са основните резултати на докторантката. Актуалността на тематиката не може да бъде подлагана на съмнение.

3. Цел на изследването.

Дисертационният труд е фокусиран върху намирането на условия, при които може да се докаже теорема за локално (по времето) съществуване на решение на диференциално включване при наличие на ограничения. На прицел е поставен неавтономния случай с дясна страна, удовлетворяваща условия от тип „Каратеодори“, като има смесени изисквания относно непрекъснатостта на многозначното изображение. В точките на изпъкналост то е полунепрекъснато отгоре, а в останалите се изисква да има други свойства от тип „локална полунепрекъснатост отдолу“, като тези „други свойства“ в дисертацията са по-слабо ограничителни, отколкото известните от публикациите на други изследователи.

4. Методика на изследването и основни резултати.

Същината на избора от докторантката подход е областта на пространствената променлива да се представи като дизюнктна система от релативно-отворени подмножества на затворени множества и във всяко от тези множества диференциалното включване да се апроксимира с диференциално включване, чиято дясна част е полунепрекъснато отгоре многозначно изображение с изпъкнали образи, за което съществува решение и, освен това, тази дясна част да е близка до дясната част на началното включване извън множество с малка мярка по времето. Получава се нещо като „апроксимиращ агрегат“, който позволява на докторантката да получи общ резултат за съществуване на решение, от който следват резултатите на редица други автори. Имам предвид Теорема 3.4.1 и нейните следствия.

Реализацията на тази проста на пръв поглед идея се натъква на сериозни технически затруднения, за преодоляването на които са били необходими много усилия, сериозна изобретателност и добро познаване на съществуващите в областта техники и похвати. За да обоснове получените резултати докторантката въвежда и използва нови понятия за полунепрекъснатост на функции и многозначни изображения и изследва тяхните свойства. Характерен пример в това отношение са Теоремите 3.3.6 и 3.3.7, където известната теорема на Скорца Драгони се обобщава за ε -полунепрекъснатите функции и изображения, въведени от докторантката. Много

съдържателни, включително и от приложна гледна точка, са разгледаните в глава 4 задачи (процес на измитане, процес на проектиране и движение на тълпа) и получените там резултати. Впечатляваща е и общността на резултатите, дължаща се на използването на факти за т.нар. О-минимални структури (от дефинируеми множества).

5. Публикации по дисертацията.

В автореферата и в дисертационния труд са посочени 4 публикации по темата на дисертацията. Дадените сведения за три от тях не позволяват да се разбере годината на публикуване, но в предоставените по дисертацията материали има и копия от статиите, което позволи тази празнина да бъде запълнена. В три от публикациите дисертантката е единствен автор. Те са публикувани през 2017 година. Четвъртата статия е публикувана през 2015 г. съвместно с научния ръководител проф. Н. Рибарска. Статиите са в следните списания *European Journal of Mathematics* (Volume 3, Issue 2, pp 342-362), *Трудове на пролетната конференция на СМБ* от 2017 година (стр. 146 – 150), *Доклади на БАН* (Vol 70, No3, pp 321-332) и *SIAM Journal on Control and Optimization* (Volume 53, Issue 5, pp 2819-2834). Последните две списания са с импакт фактор.

6. Критични бележки.

Нямам съществени критични бележки към дисертационния труд. Забелязах технически пропуски от „случайно естество“ по оформянето на текста, за които съм информирал докторантката и не смятам за необходимо да се спирам подробно отново тук. Става дума предимно за печатни грешки, непреведена на английски език българска дума „където“ (стр. 12), едно повторение на дефиниция 2.3.11 от стр.12 под формата на дефиниция 3.1.3 на стр. 16. Формулираното в края на стр. 31 твърдение е наречено “Consequence 3.4.2” (вместо “Corollary 3.4.2”), но при доказателството в края на стр. 32 стои вече правилното „Proof of Corollary 3.4.2“.

Има някои формулировки, които не са издържани от формална гледна точка, но може би са част от „сленга“, възприет от специалистите в областта на диференциалните включвания. В редица теореми (като, например, 3.1.9, 3.4.1, 3.2.4 и др.) се твърди, че за всяко t_0 от компактния времеви интервал I , за който се отнася диференциалното включване, и за всяко x_0 от областта D има локално решение на диференциалното включване, което е определено в полуотворен интервал, започващ в t_0 . Това няма как да е вярно когато t_0 е дясния край на интервала I . Същата забележка се отнася и до числото τ на стр. 23, ред 5 отдолу-нагоре.

Във формулировката на т. (iv) от дефиниция 3.2.1 (стр. 21-22) има неяснота, която бе отстранена от докторантката по начин, който не влияе върху останалата част на изложението.

За разлика от останалите части на дисертацията, в секция 3.3 (стр. 26 – 31) на дисертацията се допускат за разглеждане и многозначни изображения с празни образи. Целесъобразно е това да бъде указано в началото на секцията.

Бележката на стр 27 (ред 3 – 5 отдолу-нагоре) от секция 3.3 е вярна само за метрическата, но не и за топологичната полунепрекъснатост на многозначните изображения. Твърдението обаче е вярно, ако изображението е компактно-значно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Дисертационният труд „Диференциални включвания с неизпъкнала дясна част“ представя резултатите от едно съдържателно и задълбочено изследване в областта на диференциалните включвания. Той съдържа редица научни приноси и показва, че

неговият автор Мира Изак Бивас владее солидни теоретични знания и има изявена готовност и склонност към провеждане на самостоятелни научни изследвания. Оценявам положително този труд и считам, че той напълно отговаря на изискванията за придобиване на образователната и научна степен „доктор”, предвидени от Закона за развитие на академичния състав в Република България. Поради това считам, че авторката на този труд Мира Изак Бивас следва да придобие образователната и научната степен “доктор”.

Член на научното жури:

/акад. проф. д.м.н. Петър Кендеров/

гр. София, 04.09.2017 г.