

СТАНОВИЩЕ

относно дисертационен труд за получаване на образователната и научна степен
„Доктор“
професионално направление 4.1. Физически науки

Автор на дисертационния труд: **Александър Алексиев Стефанов**
докторант във Физически факултет на Софийския университет „Св. Климент
Охридски“

Тема на дисертационния труд: **Нелинейни динамични системи, свързани с
безкрайномерни алгебри на Ли**

Научни ръководители:

доцент д-р Димитър Магдалинов Младенов
Физически факултет на Софийския Университет „Св. Климент Охридски“

професор дфзн Владимир Стефанов Герджиков
Институт за Ядрени Изследвания и Ядрена Енергетика, БАН

Автор на становището:

доцент д-р Димитър Магдалинов Младенов
Физически факултет на Софийския Университет „Св. Климент Охридски“

1 Актуалност на темата на дисертацията

Значителна част от съвременната теория на интегрируемите динамични системи, зададени влючително и върху различен тип многообразия, се основава на алгебрични методи. В тази връзка особен интерес представляват динамичните системи, които притежават нетривиална, явна или скрита, групова природа. Особено плодотворно алгебричният подход се прилага към нелинейни динамични системи, които притежават допълнителното специално свойство на изоспектралност от типа на Лакс.

В дадената дисертация се използват алгебрични методи за построяване на интегрируеми нелинейни динамични системи, асоциирани посредством представянето на Лакс с безкрайномерни градуирани алгебри на Ли с краен ръст. По-конкретно, афинната алгебра на Кац-Муди от тип $D_4^{(1)}$, както и туисторните афинни алгебри на Кац-Муди от типове $D_4^{(2)}$ и $D_4^{(3)}$, са използвани за получаване на нови интегрируеми системи от нелинейни еволюционни диференциални уравнения с частни производни от тип на Кортевег-де Фриз и модифициран Кортевег-де Фриз.

Простата алгебра на Ли $D_4 \simeq so(8)$ притежава уникални свойства сред другите алгебри, тъй като тя е единствената алгебра на Ли, която притежава S_3 симетрия на Динкиновата си диаграма, а също така и числото 3 е неин двукратен показател. Логично е да се очаква, че и нелинейните динамични системи, свързани с нея, ще

имат уникални свойства сред всички диференциални уравнения, получени с помощта на безкрайномерни градуирани алгебри на Ли.

Всичко това показва, че тематиката на докторската дисертация на Александър Стефанов, която е посветена на получаването и изследването на нови еволюционни нелинейни диференциални уравнения, е изключително интересна и актуална за съвременната нелинейна физика.

2 Структура на дисертацията

Дисертационният труд е написан на английски език и се състои от 61 страници, разпределени в 8 глави, първата от които представлява кратък увод, а последната е заключение. В дисертацията са представени списък на използваната литература, който съдържа 62 заглавия, подредени по ред на цитиране в текста, списък на публикациите и списък на докладите на международни конференции, на които се основава дисертационният труд. Накрая дисертацията завършва с приложение. В дисертацията са включени 3 фигури и 2 таблици, както и благодарности.

В първите три глави са представени предварителни сведения, необходими при изследванията в областта на дисертацията.

В **Първата глава**, която както беше отбелязано по-горе представлява кратък увод, е отбелязана актуалността на проблемите, свързани с изучаването на нелинейни еволюционни уравнения, сформулирани са целите и задачите на дисертацията и кратко е описано нейното съдържание.

Във **Втората глава** са дадени необходимите сведения от теорията на алгебрите на Ли, които се използват по-нататък в дисертацията при изучаването на интегрируемите модели. Тук са включени сведения, както за крайномерните прости алгебри на Ли, така и за някои класове безкрайномерни алгебри на Ли, а именно афинните алгебри на Кац-Муди.

Трета глава е посветена на интегрируемите модели. Тук накратко са разгледани алгебричната структура на двойката на Лакс, метода за редукция на Михайлов, рекурсионните оператори и хамилтоновия подход за разглежданите в дисертацията класове нелинейни диференциални уравнения.

В следващите три глави са представени оригиналните резултати, включени в дисертацията.

В **Четвърта глава** е построена йерархия от нелинейни еволюционни диференциални уравнения, която се получава при разглеждане на афинната алгебра на Ли $D_4^{(1)}$.

В **Пета глава** и **Шеста глава** са получени йерархии от нелинейни еволюционни диференциални уравнения, които са асоциирани с туйсторните афинни алгебри на Ли $D_4^{(2)}$ и $D_4^{(3)}$.

В **Седма глава** са разгледани методи, с помощта на които могат да бъдат намерени решения на получените нелинейни диференциални уравнения.

Осма глава представлява заключение, в което кратко и ясно са резюмирани приносите на дисертационния труд.

В **Приложението** са изложени необходими технически детайли, свързани с алгебрите на Ли $D_4^{(1)}$, $D_4^{(2)}$ и $D_4^{(3)}$, както и с рекурсионните оператори.

3 Основни приноси

Основните научни резултати, получени при изследванията в областта на дадената дисертация, могат да бъдат резюмирани по следния начин:

- Построена е двойка на Лакс, операторите на която са асоциирани с афинната алгебра на Кац-Муди от тип $D_4^{(1)}$. При използване на подходящи базис и градуировка в $D_4^{(1)}$, от условието за изпълнимост на уравнението на нулевата кривина, е получена нова двумерна еднопараметрична динамична система. Получената система, която се състои от четири нелинейни еволюционни диференциални уравнения, е точно интегрируема и е от тип модифициран Кортевег-де Фриз.
- С помощта на двойката на Лакс, операторите на която са асоциирани с туйсторната афинна алгебра на Кац-Муди от тип $D_4^{(2)}$, и при използване на подходящо построени за този случай базис и градуировка в $D_4^{(2)}$, от условието за изпълнимост на уравнението на нулевата кривина, е получената нова интегрируема система, състояща се от три нелинейни еволюционни диференциални уравнения от тип модифициран Кортевег-де Фриз.
- С помощта на двойката на Лакс, операторите на която са асоциирани с туйсторната афинна алгебра на Кац-Муди от тип $D_4^{(3)}$, и при използване на подходящо построени базис и градуировка в $D_4^{(3)}$, от условието за съгласуваност за двойката на Лакс, е получената нова интегрируема система, която се състои от две нелинейни еволюционни диференциални уравнения от тип на Кортевег-де Фриз.
- Построени са рекурсионни оператори, с чиято помощ е получена цялата йерархия от нелинейни диференциални уравнения, свързани съответно с афинната алгебра на Кац-Муди $D_4^{(1)}$ и с туйсторните афинни алгебри $D_4^{(2)}$ и $D_4^{(3)}$.
- Нелинейните системи диференциални уравнения, асоциирани с афинните алгебри $D_4^{(1)}$, $D_4^{(2)}$ и $D_4^{(3)}$, са записани в хамилтонов вид.
- Изучени са спектралните свойства на оператора на Лакс и са построени фундаменталните аналитични решения, като обратната задача за разсейване е представена във вид на задача на Риман-Хилберт.
- За изследването на въпроси, свързани с намирането на решения от солитонен тип на получените системи нелинейни диференциални уравнения, е разгледан метода на обличането, при което задачата за намирането на подходяща параметризация на обличащия множител е сведена до решаване на система линейни алгебрични уравнения.

4 Научни публикации. Цитиране на научните трудове

Общият брой на представените в дисертацията публикации е **3**, като в това число:

A. В реферирани списания — **2**

A1. European Physical Journal Plus — **1**

A2. Romanian Journal of Physics — **1**

B. Публикации в материали на конференции, сборници и абстракти — **1**.

5 Автореферат

С някои малки изключения авторефератът правилно и точно отразява съдържанието на дисертацията.

6 Забележки

Съществени критични бележки по дисертацията нямам.

7 Обща характеристика на дисертацията

- Дисертацията на Александър Стефанов е посветена на получаването и анализа на нови интегрируеми системи нелинейни диференциални уравнения, които, евентуално, ще намерят приложение в някои от съвременните области на физиката. Такъв тип изследвания неизменно са били сред най-актуалните проблеми на теоретичната и математическата физика.
- При решението на поставените задачи са използвани модерни аналитични и компютърни техники.
- Научните резултати са публикувани в известни международни списания, като сред тях е и високо реномираното списание **European Physical Journal Plus**, както и в трудовете на известни международни школи и конференции.
- При преглед на използваната литература, както в дисертацията, така и в публикуваните научни трудове, ясно се вижда, че дисертантът отлично познава изследваната област, която се отличава с това, че за успешна работа в нея се изискват обширни и дълбоки познания в различни дялове на съвременната математика и теоретичната и математическа физика.
- Въпреки детайлното изследване, проведено в дисертацията, извън нейните рамки остават започнати, и намиращи се на различен етап на завършване, интересни и важни задачи. Това е отлична предпоставка за продължение на изследванията, започнати в дисертацията.

Като цяло дисертацията на Александър Стефанов оставя отлично цялостно впечатление и напълно удовлетворява както изискванията, отразени в Закона за развитие на академичния състав в Република България, така и вътрешните, специфични изисквания на Физически факултет на Софийския Университет „Св. Климент Охридски“.

8 Заключение

Предвид всичко казано досега, без никакво колебание препоръчвам на многоуважаемото жури да присъди на Александър Алексиев Стефанов образователната и научна степен „Доктор“.

С уважение:

доцент д-р Димитър Младенов

23 февруари 2016 година
София