

РЕЦЕНЗИЯ

от Сава Иванов Гроздев

доктор по математика, доктор на педагогическите науки,
професор в Института по математика и информатика при БАН
на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен
“доктор”

в област на висше образование: 1. Педагогически науки
професионално направление: 1.3. Педагогика на обучението по ...
докторска програма „Методика на обучението по математика“

Автор: Ирина Здравкова Вутова

редовен докторант към катедра „Обучението по математика и информатика“ – Факултет по математика и информатика (ФМИ) при СУ „Св. Кл. Охридски“

Тема: “Евристична и прогностична роля на теоремите в училищния курс по математика“

1. Общо представяне на процедурата и докторанта

Настоящата рецензия е изготвена на основание Заповед № РД 38-36/09.07.2014 г. на Ректора на СУ “Св. Кл. Охридски“ – чл. кор. проф. дин Иван Илчев, въз основа на решение на Факултетния съвет (ФС) на Факултета по математика и информатика (ФМИ) (Протокол № 7 от 7 юли 2014 г.). В рецензията следвам Указанията, приети на заседание на ФС на ФМИ, проведено на 28 ноември 2011 г. и допълнени на заседание на ФС на ФМИ, проведено на 28 май 2012 г.

Като член на научното жури получих достъп до документите и материалите на докторанта Ирина Здравкова Вутова, които са оформени грижливо и дават възможност за обективна и пълна оценка в съответствие с изискванията на ЗРАСРБ и Правилника за приложението му, както и Правилниците на СУ и ФМИ.

Докторантът е завършила Природо-математическата гимназия в гр. Враца през 1993 г., както и Езиковата гимназия в гр. Враца през 1998 г. Притежава диплома за магистър по „математика и информатика“ от ФМИ при СУ “Св. Кл. Охридски” (1998 г.), както и диплома за магистър по специалността „стопанско управление“ от Стопанския факултет на СУ (2000 г.). През 2000 г. придобива “Master in Economics and Management” в Erasmus University, Ротердам, Холандия. Владее английски и руски езици. В периода 1998 – 1999 г. е била хоноруван асистент към катедра “Геометрия” във ФМИ на СУ. От м. септември 2000 г. до м. август 2002 г. е учител по

математика в Гимназията с преподаване на испански език “Мигел де Сервантес” в София, както и хоноруван асистент към катедра “Геометрия” във ФМИ на СУ. От м. септември 2002 г. до м. януари 2005 г. е учител по математика във Френска езикова гимназия “Алфонс дьо Ламартин” в гр. София, като продължава да е хоноруван асистент към катедра “Геометрия” във ФМИ на СУ. От м. февруари 2005 г. е редовен асистент към СУ, ФМИ, катедра “Методика на обучението по математика и информатика”. От м. август 2009 г. до м. август 2010 г. е хоноруван преподавател по математика на английски език в СУ, Департамент за чуждоезиково обучение. От м. септември 2011 г. е учител по математика в ЧЕСОУ „Дорис Тенеди” в гр. София.

Във ФМИ Ирина Вутова е водила часове по „Аналитична геометрия” на специалностите „Математика и информатика”, „Приложна математика”, „Информатика” и „Статистика”; по „Линейна алгебра и аналитична геометрия” на специалност „Физика и математика”; по „Геометрия” на специалност „Физика и математика”; водила е също „Практикум по математика” за специалност „Физика и математика”; водила е часове по „Методика на обучението по математика” за специалностите „Математика и информатика” и „Физика и математика”; по „Текуща педагогическа практика” за специалностите „Математика и информатика” и „Физика и математика”; часове по изборните курсове „Увод в математиката”, „Учебна документация” и „Управление в образованието” в магистърската програма „Технологии в обучението по математика и информатика”, „Хоспитиране по математика” на специалностите „Математика и информатика” и „Физика и математика”. Ирина Вутова има участия в няколко научно-изследователски проекта: 4 по силата на договори между СУ и Фонд „Научни изследвания“ и 1 по ТЕМПУС.

2. Актуалност на тематиката

Проблемът за качеството на математическото образование е не само български – той е европейски и световен. Необучаваните и не добре обучаваните са сериозен социално-обществен проблем. Неоспорима е тезата, че бъдещото благосъстояние на страната ни се определя от интелектуалното равнище на цялото население. Съществуват различни мнения относно причините за лошото усвояване на математика, за липсата на интерес към предмета и наличие дори на негативизъм. Изтъква се сравнително малкият брой часове, недостатъчната подготовка на учителите, неподходящите учебници, слабата връзка на учебното съдържание с практиката и др. Една от причините е и в самия характер на математическите умения, които в крайна сметка се свеждат до умения за решаване на задачи. И докато усвояването на алгоритмични задачи е въпрос на систематично учене и съответно научаване, то за повечето

задачи не съществуват конкретни рецепти как да се решават. Проблемът се свежда да създаване на условия за проява на творчество и креативност. Предложеният дисертационен труд е посветен на този проблем, който осмисля темата му и доказва нейната актуалност. Постигането на основната цел е насочено към създаване на подходяща среда и технология за преподаване и формиране на съответни знания и умения в тази посока.

3. Познаване на проблема

Въз основа на задълбочено проучване на научната литература в дисертационния си труд Ирина Вусова осветлява основните понятия и изследва съдържанието им, изучавайки различните им форми и проявления. Тя демонстрира много добро владение на литературните източници и съответните мнения, разработки и теории по темата, както и свързаните с нея резултати. В дисертацията са възприети установените принципи на познанието и индивидуалните психолого-познавателни особености на отделния обучаван, анализирани са учебен и методически инструментариум за различни целеви групи. Представени са и принципите, от които произтичат изискванията към конкретното научно изследване. Ирина Вутова показва сериозно познаване на възникването, развитието и приложните резултати на науката за познанието в контекста на обучението по математика, както и съответните въпроси от методиката на математиката. Като основен принцип е прието схващането на Дьорд Пойа, че когато обучението по математика осигурява благоприятни условия за приобщаване на обучаваните към експериментално-изследователска дейност и оттам към творчество, интересът към науката, в частност към математиката и нейните приложения, е значително повишен и обучението е ефективно.

4. Методика на изследването

Основната идея на дисертационния труд се отнася до теоремите като извор на нови знания. Теоретичният анализ в дисертационния труд показва, че в повечето литературни източници ролята на теоремите в обучението се свързва предимно с откриване на доказателствата (или решенията) на вече формулирани теореми (или задачи) и по-малко – с откриване (или прогнозиране) на нови, непознати до този момент резултати. Това дава основание на дисертанта да насочи своето внимание и да изследва въпроса за ролята, която теоремите играят или биха могли да играят в обучението по математика за достигане до математически знания, които са непознати или са по-малко известни в традиционните училищни курсове. Конкретиката касае теореми от Евклидовата геометрия, като е използвана аналогията между равнината и

пространството, т.е. повишаване на размерността, както е в случаите на триъгълник-тетраедър, успоредник-паралелепипед и др. При това е ясна евристичната роля на тази аналогия, което е важно за обучението по математика. В дисертационния труд са използвани: анализ на научно-приложна литература, наблюдение, сравнително-исторически подход, теоретичен анализ и синтез, контекстен анализ, конкретен анализ, аналогия, сравняване, обобщение и др. Приложена е методологията на качествените педагогически изследвания. Най-главното в изследването, проведено в дисертационния труд, е изборът на изследователската парадигма „равнина-пространство“.

5. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Дисертационният труд се състои от увод, 3 глави, заключение и литература с 86 заглавия, от които 84 на кирилица (на български и руски), 1 на английски и 1 на гръцки език. Основният текст е в обем от 172 страници. Авторът Ирина Вутова формулира основната хипотеза по следния начин: „Векторно-алгебричното моделиране на понятия и теореми от геометрията е не само метод за решаване и доказване на формулирани (известни до този момент) геометрични задачи (теореми), но и евристична стратегия за конструиране и решаване (доказване) на нови задачи (теореми), т.е. и стратегия за математическо творчество. В процеса на работата ние се ръководим от допускането, че „тайната“ на аналогията в геометричните теореми се „крие“ във векторно-алгебричния характер на геометричните понятия и се изразява в промяна на размерността.“

В работата се застъпва идеята, че теоремите, като израз на „концентрирана мъдрост“ са „проекции“ или аналози и на други, по-малко или по-общи математически твърдения. На тази идейна платформа теоремите в училищния курс по математика се разглеждат като извор на ново математическо знание и като отправна точка за нови математически открития както за ученици и учители, така и за студенти и преподаватели.

Известно е, че по пътя към ново знание, както във всяка наука, така и в математиката се преминава през етапа на формулиране и потвърждаване или отхвърляне на хипотези. Хипотезата има място и в обучението по математика не само при доказване, но и при формулиране на нови (за обучавания) твърдения. Основна концепция, която се прокарва в изследването, е, че твърдение, което има за прототип теорема, е вероятно да се окаже вярно, отколкото твърдение, което е формулирано на друга евристична база. За целите на аналогията, чрез която е реализирана евристика при формулиране на геометрични (равнина-пространство) хипотези е разкрита дуалната същност (понятие-съждение) на теоремата.

Този подход позволява към хипотезата да има две гледни точки – образна (понятийна) и аналитична (съждителна). Следвайки концепцията, в работата е показано, че посредством създадения за целта, сравнително елементарен логико-математически инструментариум могат да бъдат намерени (конструирани) теореми, които до този момент са били неизвестни или малко популярни и същевременно техните „корени“ са в добре познати теореми от училищната математика.

Първа глава е посветена на евристиката в математиката и математическото образование, на евристиката в обучението по математика, на връзката между евристиката и прогностиката, на аналогията като метод в математиката и на евристичния подход в обучението по математика. Въз основа на задълбочено литературно проучване на евристиката и проявлението ѝ като аналогия и обобщение в математиката и обучението по математика във Втора глава е осъществен теоретичен анализ на същността, структурата и ролята на теоремите. Предложен е класически подход за анализ на теоремите, а така също и неговото осъвременяване. Един от параграфите е посветен на изоморфизма между алгебрата на свойствата и алгебрата на обемите на математическите понятия, както и на дуалната същност на теоремите. Изведени са 4 роли на теоремите в обучението по математика и е обоснована възможността за използване на теоремите като прототипи на хипотези. По този начин е определена евристична схема за формулиране на хипотези, с което се обосновава идеята, че теоремите са надеждно средство в тази посока. Оттук следва и обосновката на технологията за реализация на тази идея, осигуряваща преход от една математическа област в друга. По естествен начин докторантът стига до т. нар. векторно-алгебрично моделиране като евристична технология в прехода от равнината в пространството. Доста пресилено е обаче, да се говори за изоморфизъм, защото пространството е очевидно по-богато от равнината и съответното изображение е лишено от възможността да бъде „върху“. Изведена е т. нар. стратегия за „евристичен“ преход от равнината в пространството чрез построяване на стереометрични аналози на конкретни теореми в Евклидовата равнина.

Както беше отбелязано, във втората част на дисертацията е разработена евристична стратегия за построяване на стереометрични аналози на планиметрични теореми на основата на векторно-алгебричното моделиране. Съществен момент в стратегията (освен построяване на векторно-алгебричен модел) е допълване на векторната база с още един базисен вектор. Оказва се, че подходът е не само логически достъпен, но и практически ефективен.

Хипотезата на изследването е потвърдена, чрез разкриване „действието“ на предложената стратегия при конструиране на пространствени аналози на две от теоремите от училищния курс по геометрия. Направено е интересно обобщение на теоремата на Чева за триъгълник. Съществената част от евристиката в случая е достигане до заключението на хипотезата – формулата за радиус-вектора на общата точка. Важно е и това, че до този резултат се достига само чрез афинната векторна алгебра (използват се само линейни операции), което прави доказателството достъпно за ученическа аудитория. (Задачата за обобщаване на теоремата на Чева е поставена на Пролетната конференция на СМБ през 1979 г. от проф. Г. Станилов и в известните до този момент решения са използвани както метрични операции, така и барицентрични координати. (Например: Паскалев Г., И. Чобанов. Забележителни точки в тетраедъра. Народна просвета, София, 1988). Втората теорема, от училищния курс по математика, която е предмет на евристични обобщения, е теоремата за лице на четириъгълник. Интересното в този случай е че, след преформулиране на теоремата от тип „понятие-съждение“ в тип „понятие-понятие“ до аналога на заключението (триъгълник-тетраедър) се достига по познания начин, докато за откриване на аналога на условието (четириъгълник-октаедър) решаваща роля играе идеята за допълване на базата с вектор, некомпланарен на базисните вектори.

Теоретико-приложните основи на векторно-алгебричното моделиране в курса по геометрия са предмет на Трета глава, в която е описана и евристичната стратегия за стереометрично „надграждане“ на планиметрични теореми. Разгледани са стереометрични аналози на теоремите на Чева за триъгълник, както е един стереометричен аналог на теоремата за лице на четириъгълник. Съществена част от изследването е конкретизирането и проверката на хипотези. Целта е апробиране на резултатите и регистриране на ефекта на теоретично изведената евристична стратегия за стереометрично „надграждане“. По този повод са изследвани възможностите за пространствени надграждания на равнинни теореми в две тематични направления. Първото направление се отнася да понятието конкурентност в триъгълника и в неговия пространствен аналог тетраедъра, а второто е свързано с лицето на четириъгълника и обема на неговия пространствен аналог. По-точно, получени са пространствени аналози на теореми от планиметрията и пространствен аналог на теоремата за лице на четириъгълник, като е открита аналогия между четириъгълника и октаедъра.

Приемам претенциите на дисертанта за неговите приноси така, като те са формулирани в труда, а именно: успешно проучване на понятието „евристика“ със съответен анализ в математиката и преди всичко в

математическото образование въз основа постижения на известни български и чуждестранни учени; успешно проучване на понятието „аналогия“ със съответен анализ на аналогията като евристичен подход в обучението по математика. в частност аналогията „планиметрия-стереометрия“ в класически вариант; успешно проучване на мястото и ролята на теоремите в методическата литература по математика със съответен анализ на същността и структурата им в обучението по математика; успешно разкриване като новост на дуалната същност на теоремите; успешно разграничаване и изясняване на понятията „обяснителна роля“, „прогностична роля“, „евристична роля“ и „валидираща роля“ на теоремите; успешен прочит на основните понятия, аксиомите и най-важните от практическа гледна точка теореми на афинното векторно-алгебричното моделиране в обучението по геометрия по идея на Херман Вайл; успешно извеждане на векторно-алгебричната евристична стратегия за получаване на стереометрични аналози на известни планиметрични теореми.

В резюме: теоретичните приноси на изследването са свързани с анализа на понятията евристика, прогностика, аналогия, хипотеза, теорема и техните място и роля в обучението по математика; приложните приноси са свързани с проверката на хипотезата и по-конкретно с продуктивността и ефективността на предложената евристична стратегия за построяване на стереометрични аналози на планиметрични теореми на основата на векторно-алгебрично моделиране.

6. Преценка на публикациите и личния принос на докторанта

Научната продукция на Ирина Вутова включва общо 36 учебно-помощни книги и учебни помагала, както и статии в списания и сборници от научни прояви. По темата на дисертационния труд са представени 7 публикации на български език: 2 помагала на издателство „ВЕДА СЛОВЕНА“ – ЖГ, 2 статии в сп. „Математика и информатика“, което се рецензира и реферира; 2 статии в сборници от пролетни конференции на Съюза на математиците в България, които също се рецензират и реферират (сборниците са регулярни и излизат веднъж годишно, като фиксираната периодичност е основание за класифициране на сборника като списание), както и 1 статия в сборник от международна конференция в България. Две от публикациите са самостоятелни, в 4 публикации Ирина Вутова е втори автор, а в 1 тя е трети автор. Публикациите надхвърлят изискванията на закона и правилниците по отношение на бройка, а приемането им след рецензиране е гаранция за качество. По този начин е осигурена добра апробация на резултатите от дисертационния труд. Докторантът не е представила списък с цитирания.

Няма основания да се смята, че представеният труд не е лично дело на неговия автор.

7. Автореферат

Авторефератът и авторската справка отразяват правилно съдържанието на дисертационния труд.

8. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Представеният дисертационен труд дава възможност за разширение и бъдещи изследвания. Научен и социален интерес представлява въпросът за формиране на умения за успешно решаване на математически задачи. Възможно развитие е в посока на използване на очертаното съответствие между теоремите в равнината и пространството за получаване на нови конкретни примери. Не на последно място са възможностите за разширение на резултатите от дисертационния труд при обучението на студенти и квалификацията на учители.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Считам, че са **изпълнени критериите и условията** и авторът на дисертационния труд **отговаря** на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагането му, Правилника за развитие на академичния състав на СУ “Св. Кл. Охридски“ и Правилника на ФМИ за придобиване на образователната и научна степен “доктор“.

Въз основа на изброеното по-горе **давам положителна оценка** и предлагам на почитаемото научно жури **да гласува да се присъди** на Ирина Здравкова Вутова образователната и научна степен “доктор“ в област на висше образование: 1. Педагогически науки; професионално направление: 1.3. Педагогика на обучението по ... , докторска програма “Методика на обучението по математика” с убеждението, че го заслужава.

София, 16 септември 2014 г.

Изготвил рецензията:

(проф. дпн Сава Гроздев)