

СТАНОВИЩЕ

от доц. д-р Симеон Томов Стефанов, УАСГ
за дисертацията на гл. ас. Елза Петрова Иванова на тема
„Върху някои категории, свързани с категорията на локално компактните
хаусдорфови пространства и непрекъснатите изображения”
за придобиване на образователната и научна степен „доктор”
в професионално направление 4.5 „Математика”
по научната специалност 01.01.06 „Геометрия и Топология”

Елза Иванова е задочен докторант по специалност „Геометрия и Топология” към катедра „Комплексен анализ и Топология” на СУ „Св. Кл. Охридски” с научен ръководител проф. д.м.н. Георги Димов. Главен асистент е към същата катедра.

Представената дисертация е с обем от 103 страници, съдържа увод и четири глави и 64 заглавия цитирана литература.

Най-общо казано, в предложения дисертационен труд се доказват редица интересни и нетривиални изоморфизми (дуалности) между различни категории с топологичен и алгебричен произход. Обикновено се доказва изоморфизъм (или друга връзка) между топологична и алгебрична структура, което е характерно за съвременната топология (напр. алгебричната топология), като основните използвани тук методи са тези на общата топология, булевите алгебри и теория на категориите. Получените резултати представляват развитие на класическите и плодотворни идеи на математици като Уайтхед, Стоун, де Врийс, Смирнов, Федорчук, Чех и др.

Ще разгледаме по-детайлно отделните части на дисертацията.

Уводът е ясен и подробен, като в него е направен исторически анализ на проблема, описани са основните класически резултати в областта, както и резултатите на автора.

Глава 0 съдържа някои основни дефиниции и факти от теория на категориите, булевите алгебри и общата топология.

Глава 1, най-общо казано, е посветена на описание на локално компактните и паракомпактните разширения на тихоновите пространства, изучавани в светлината на т.н. „близостни” структури, формализиращи идеята за „докосване” или „близост” между два обекта. (Да напомним, че „тихоново пространство” означава напълно регулярно и хаусдорфово топологично пространство.) Основните резултати тук са в две направления:

1) Доказан е изоморфизъм между три категории, а именно: категорията на **LC**-близостните пространства (с **SR**-близостно непрекъснатите изображения между тях), категорията на отделимите локално близостни пространства (с еквине непрекъснатите изображения между тях) и категорията на отделимите **L**-супертопологични пространства. Обобщени са и някои твърдения от теорията на близостите на Ефремович за случая на локално близостни пространства. Ще отбележим и впечатляващата сложност (нетривиалност) на приведените доказателства.

2) Описани са паракомпактните и локално компактните паракомпактни разширения на едно тихоново пространство на езика на специални близости (т.н. **PLC**-близости). Получените резултати доразвиват идеите на Димов, Лидер,

Дойчинов, Бенгли, Херлих, Зайцев, Борубаев на езика на близостите, който присъства в известната компактификационна теорема на Смирнов, описваща частично нареденото множество от всички компактни хаусдорфови разширения на едно тихоново пространство. В този смисъл, по формата на изложението резултатите на автора най-плътно се доближават до класическия образец - теоремата на Смирнов.

Глава 2 е посветена на доказателството на една теорема за дуалност за категорията **HLC** на локално компактните хаусдорфови пространства, където се доказва дуална еквивалентност на категорията **HLC** с категорията **MDHLC** (алгебричен обект), чиито обекти са всички **CLC**-алгебри, а морфизмите са (алгебрични) многозначни изображения, удовлетворяващи известни условия. (**CLC**-алгебра е пълна булева алгебра с допълнителна бинарна операция – „контакт“). Оттук, като следствие е получено, че категорията **MDHLC** е изоморфна с категорията **DHLC**, където последната е категорията на всички **CLC**-алгебри, а морфизмите са еднозначни изображения (функции) удовлетворяващи известни алгебрични условия и която категория е разглеждана от Ръопер и Димов. Тук ще отбележим и един любопитен момент в хода на изложението – авторът коментира в подробности защо не може да се получи директно доказателство на резултата от следствието: $MDHLC \approx DHLC$. Това, разбира се, освежава и в известен смисъл „очовечава“ текста.

Полученият в глава 2 резултат е аналог на резултатите на Ръопер и Димов.

В **Глава 3** са доказани редица теореми за изоморфизъм между някои алгебрични категории, явяващи се дуални на различни подкатегории на топологичната категория **HLC** (локално компактните хаусдорфови пространства), и алгебрични категории, чиито обекти са т.н. пълни **MVD** - алгебри (Морман – Вакарелов – Димов алгебри), които са пълни булеви алгебри с допълнително съотношение. (**MVD** - алгебрите се оказват еквивалентни на локалните контактни алгебри.) Ще приведем една типична теорема от този тип. Нека **SkeLC** е категорията на всички локално компактни хаусдорфови пространства и всички непрекъснати скелетни изображения между тях. Авторът дефинира категорията **MVDSkeLC**, чиито обекти са всички пълни **MVD** - алгебри, а морфизми са пълни булеви хомоморфизми, удовлетворяващи определени условия. Тогава категориите **SkeLC** и **MVDSkeLC** са дуално еквивалентни. Аналогични резултати са доказани и ако скелетните изображения са заменени с скелетни съвършени, отворени, отворени съвършени и др. подобни видове изображения. Получените в тази глава твърдения са аналози на серия резултати на Димов.

Дисертантът е цитирал 3 свои научни публикации по темата на дисертацията – две са отпечатани, а една е приета за публикуване в списание с импакт фактор 0,357 (Houston J. Math.) И трите работи са в съавторство (с Г. Димов). Резултатите от дисертацията са докладвани на ред математически конференции – 10 международни и 4 национални.

Авторефератът е написан според изискванията и пълно и точно отразява приносите на дисертацията. Като известен недостатък ще отбележа факта, че в по-голямата си част авторефератът е точно подмножество на самата дисертация и не дава по-различен и обобщен поглед върху нещата.

Критични бележки:

Ще си позволя някои критични бележки не по съществуването на материала.

1) На някои места се използват английските имена на отделни термини (изписани на латиница), напр. *nearness structures*, *boundedness*, *lower adjoint* и др. Не е ясно защо се налага това, още повече че обикновено лесно може да бъде намерен български еквивалент.

2) Същата бележка е в сила и относно изписването на имената на авторите. Не е ясно защо имената на добре известни математици като Кантор, Хаусдорф, Уайтхед, Куратовски и пр. трябва да се изписват на латиница, още повече, че някои имена са изписани в текста и по двата начина – напр. „Чех” и „Čech”.

3) Линейната номерация, която тече в рамките на дадена глава не позволява да се отделят важните твърдения (теореми) от по-маловажните както и от многобройните дефиниции. Напр. **Означение 1.2.22**, **Теорема 1.2.23**, **Дефиниция 1.2.24** и т.н. Системата LATEX дава възможност за преодоляване на автоматичната номерация.

4) В дисертацията широко се използва терминът „тихоново пространство”, но същият не е дефиниран никъде. Добре е да се спомене, че става дума за напълно регулярно хаусдорфово топологично пространство.

5) Може би е добре някои дефиниции да се илюстрират с прости примери в класически ситуации, иначе изобилието от дефиниции малко натежава в текста.

Представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на ЗРАСРБ и Правилника за неговото прилагане, както и на Правилниците на СУ(ФМИ) за придобиване на образователната и научна степен „доктор”. Спазено е основното изискване дисертантът да представи поне 2 публикации по темата в рецензирани издания, от които поне едното да е списание.

Получените в дисертацията резултати са съдържателни и нетривиални и представляват продължение на класическото направление в общата топология изучаващо различни категории от топологични пространства (с съответния клас изображения) чрез намиране на изоморфизъм (или дуалност) на изследваната категория с подходяща алгебрична категория от булеви алгебри (евентуално с допълнителна структура), което направление е възникнало в първата половина на 20-ти век и е успешно развивано до наши дни от изтъкнати математици като Уайтхед, Стоун, де Врийс, Тарски, Рис, Смирнов, Федорчук, Чех, Дойчинов, Ръпер, Димов, Морман, Вакарелов, Зайцев, Борубаев и др.

Въз основа на гореизложеното, **убедено предлагам на научното жури да присъди на Елза Петрова Иванова образователната и научна степен „доктор”** в професионално направление 4.5 „Математика” по научната специалност 01.01.06 „Геометрия и Топология”.

София,
19.08.2014

Подпис:
/доц. д-р С. Стефанов/