

# Становище

на

доц. д-р Александра Андреева Соскова

катедра „Математическа логика и приложенията ѝ”, ФМИ, СУ,

за представената от Стефан Володев ВЪтев дисертация „Омега спектри на структури”, с подзаглавие „Ефективни свойства на структури в хипераритметичната йерархия” за придобиване на образователната и научна степен „доктор” в професионално направление 4.5. Математика (Математическа логика)

Като член на научното жури, назначено със заповед на Ректора № РД38-56/05.02. 2014 г., получих следните документи и материали, подготвени от кандидата: дисертация, автореферат, автобиография и 2 статии. Документите са предоставени на електронен носител. Дисертацията е 112 страници на английски език, с титулна страница на български език, има съдържание, увод, 4 глави, библиография и индекс като в последната глава е направено резюме на постигнатите резултати, публикациите по дисертацията, цитиранията и декларация за оригиналност на резултатите. Старателно са оформени и напълно отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в СУ „Св. Климент Охридски“, както и във Факултет по Математика и Информатика, СУ. Относно последния е спазено изискването за поне 2 статии в рецензирани издания, статиите са публикувани в Lecture Notes of Computer Science, Springer, след сериозно рецензиране (минимум 3 рецензии, само 30% от представените статии се приемат).

Стефан ВЪтев завършва специалност информатика през 2006 г. във ФМИ, СУ и през 2008 г. магистърската програма „Логика и алгоритми”, специалност Информатика на ФМИ, СУ. Редовен докторант е 2009-2012 г. в професионално направление 4.5. Математика (Математическа логика) във ФМИ, СУ и е отчислен през 2012 г. с право на защита. От 2012 г. е асистент към катедра „Математическа логика и приложенията ѝ” във ФМИ, СУ. Бил е хоноруван преподавател през 2008 - 2012 г. във ФМИ, СУ. Водил е упражнения по редица дисциплини като Функционално програмиране, Дискретна математика и алгоритми, Дискретни структури, Изчислимост и сложност, Езици, автомати и изчислимост, Семантика на езиците за програмиране. Бях ръководител и на дипломната му работа „Омега-спектри и омега-коспектри на структури”, в която той изследва свойствата на едно обобщение на понятието спектър от гледна точка на омега-номерационната сводимост.

Изследванията в дисертацията са в ефективната структурна теория на моделите - област, която интензивно се развива в последните години. Изследват се изчислимите аспекти на математическите обекти и конструкции. Най-общо се търсят връзките между ефективните свойства и структурните или алгебрични свойства на дадена структура.

Основната цел на дисертацията е да се изучи сложността на структурите от гледна точка на определените множества в тях, с помощта на безкрайни рекурсивни формули в тях. По този начин се дава една по-точна характеристика на сложността на структурата, в сравнение с известния метод на изследване на спектъра на структурата - множеството от Тюринговите степени на представянията на дадена структура в естествените числа. Има примери на структури, които имат еднакви спектри, но в тях класовете на определените множества се различават.

В първата глава на дисертацията авторът въвежда всички необходими понятия за изложението и дава доказателство в прост случай на връзката между външната и вътрешната характеристика на определените множества в дадена структура, за да демонстрира основната техника за доказателство, която използва. Изложен е също и равномерен вариант на тази връзка.

Втората глава е посветена на изучаването на свойствата на консервативните разширения, понятие предложено от Сосков. Най-общо казано, една структура  $B$  е  $(n,k)$ -консервативно разширение на структурата  $A$ , ако  $\Sigma_n$ -определимите множества в  $A$  са точно  $\Sigma_k$ -определимите в  $B$ . Основните примери за това са: скокът  $A'$  на една структура е  $(2,1)$ -консервативно разширение на  $A$  и Маркеровото разширение е  $(1,2)$ -консервативно разширение на  $A$ . Авторът обобщава това понятие, както и понятието скок на структура за рекурсивни ординали. Показва връзката между спектрите и определените множества в случая на  $(\alpha, \beta)$  консервативни разширения, за рекурсивни ординали  $\alpha$  и  $\beta$ . Показва и достатъчни условия за това  $\Sigma_\alpha$ -определимите в  $A$  да са  $\Sigma_\beta$ -определимите в  $B$ . Основният метод за доказателство е форсинг метод и генеричност и преводът му в изчислими безкрайни формули.

Понятието скок на структура е въведено от И. Сосков 1999 г. и използвано от неговата докторантка В. Балева във връзка с изследванията им на степени от структури, на базата на сравняване на изчислимите чрез търсене функции в структурите. Скокът  $A'$  на структурата  $A$  съдържа информация за всички множества, определени с рекурсивни безкрайни  $\Sigma_1$ -формули. Сосков разглежда Московакисовото разширение на структурата и добавя в него един предикат, аналог на множеството на Клини  $K$ , който на практика кодира  $\Sigma_1$ -определимите множества в нея. Въпросът за свойствата на  $\alpha$ -тия скок на структурата  $A$ , за всеки безкраен рекурсивен ординал  $\alpha$ , представлява голям интерес за различните школи в ефективната теория на моделите. Монталбан разширява структурата с рекурсивна пълна редица от предикати, определени с безкрайни рекурсивни  $\Pi_1$ -формули, Стукачев и Пузаренко го разглеждат от гледна точка на  $\Sigma$ -определимост в наследствено крайното разширение на структурата.

В третата глава на дисертацията авторът излага един нов подход за обръщане на скока на структури за рекурсивен ординал-наследник  $\alpha$ . Задачата за обръщане на  $\alpha$ -тия скок на структурата  $A$  е сложна. Съвместно със Сосков доказахме теорема за обръщане на скока за крайния случай, базирана на Маркеровите разширения, но за случая  $\alpha$  - граничен ординал не е вярна за всяка структура, кодираща  $0^{(\alpha)}$ . Сосков показва, че за  $\alpha = \omega$  теорема за обръщане на скока не е в сила.

Авторът използва идея, предложена от Аш и Найт за кодиране на множество от естествени числа с помощта на редица от структури и опростена конструкция на Гончаров, Харизанов, Найт, МакКой, Милър и Соломон за да покаже теорема за  $\alpha$ -обръщане скока на структура за  $\alpha$ -рекурсивен ординал-наследник. Според мен е доста интересен резултат. Техниката е метод на форсинг и генеричност, доста сложна според мен. Но конструкцията е описана внимателно, макар поради сложността ѝ, малко трудно се проследява. Изключително самостоятелна работа, авторът сам си хареса задачата и разви самостоятелна техника за доказателство. Нещо повече, тази техника, развита от автора, има основания да се твърди, че може да намери приложения в задачи, свързани с категоричност, за обръщане на скока на редица от структури и др.

Резултатите от изследванията, представени в дисертацията, са публикувани в две статии в LNCS, Springer. С първата статия от 2011г. Стефан Вътев спечели награда за най-добра докторантска статия на конференцията Computability in Europe (CiE) 2011, предоставена от Springer. В дисертацията тези резултати се обобщават за произволен рекурсивен ординал, докато в статията е разгледан само крайния случай. Има едно цитиране на първата статия от Антонио Монталбан.

Резултатите от дисертацията са докладвани на редица конференции: CiE2011, LC2011, Infinity 2011, CiE2013, MALOA 2013, както и на семинарите по Логика и Теория на изчислимостта в университета на Лийдс, 2012-2013. Изследванията са част от проектите: към ФНИ на СУ през 2012 и 2013 г., проекта „Изчислимост с непълна информация” с ФНИ, MOMH D002-258/18.12.08. 2008-2011, с NSF (САЩ) DMS-1101123 *Collaboration in Computability*, 2012-2014, САЩ, Русия и България, Marie Curie Initial Training Network in Mathematical Logic, PITN-GA-2009-238381, Лийдс.

Авторефератът и заключението правилно отразяват научните приноси от изследванията на Стефан Вътев, изложени в представената дисертация. Има малко неточности и правописни грешки, например в Твърдение 1. на автореферата. Преводът на някои понятия не е съвсем съобразен с традиционните термини на български език, например копия, вместо представяния/номерации на структура, изчислимо-номеруемо, вместо рекурсивно-номеруемо, но това е напоследък тенденция в теория на изчислимостта в света.

Избраният стил на изложение в дисертацията е добър, но можеше да е малко по-изчерпателен. Показани са много примери за използваните понятия. Има много малко неточности и технически грешки. Има препратка към глава, която липсва, поради идеята на автора да включи релативна категоричност, но не бяха достатъчно силни резултатите и впоследствие се отказа. Аз лично харесвам това качество на автора да преценява кои резултати са интересни. С идеята да обедини крайния и безкрайния случай, авторът е въвел собствени означения, което дава компактност на изложението, но малко затруднява четенето.

Общото ми впечатление от представената дисертация е силно положително. Убедено смятам, че представената дисертация, наред с високите си научни качества, показва широка математическа култура, способност за самостоятелни научни изследвания и творческа изобретателност. Изпълнени са всички изисквания на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности на СУ „Св. Климент Охридски“ и на ФМИ. Поради което, **убедено предлагам Стефан Володев Вътев да придобие образователната и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.5 Математика, научна специалност „Математическа логика“, за дисертационния труд „Омега спектри на структури“, с подзаглавие „Ефективни свойства на структурите в хипераритметичната йерархия“.**

02.05.2014 г.

Подпис:

Александра Соскова